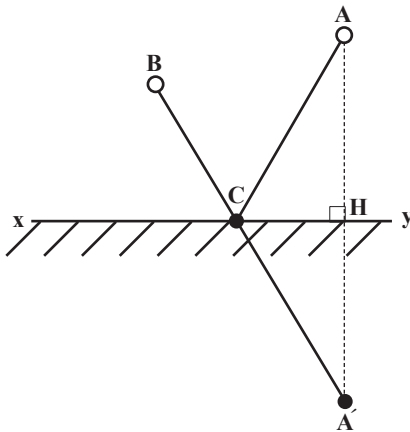
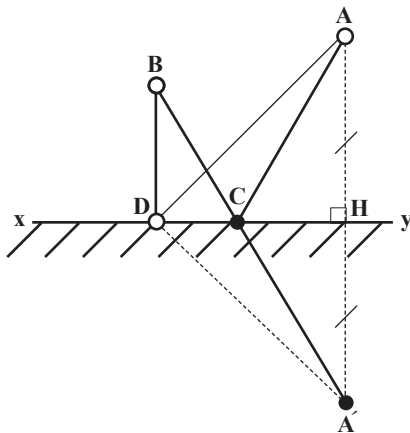


پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر و یک قانون فیزیکی

برای دانش آموزان پایه یازدهم ریاضی



در کتاب هندسه (۲)، در مسئله‌ای موسوم به «مسئله هرون» با استفاده از قضیه نامساوی مثلث به درستی این مطلب پرداخته و ثابت می‌شود، برای هر نقطه دلخواه دیگری مانند D روی xy داریم:

$$AD+DB > AC+CB$$


توجه کنید که چون xy در تبدیل بازتاب نسبت به آینه عمودمنصف AA' است، داریم: $AC=A'C$. پس $AC+CB$ با $A'B$ که کوتاه‌ترین فاصله بین تصویر $A(A')$ و B محسوب می‌شود، برابر است.

نتیجه فیزیکی

پرتو نوری که از نقطه A بر آینه می‌تابد، xy را در نقطه C قطع می‌کند که در آن نقطه داریم:

$$\widehat{BCx} = \widehat{ACy}$$

بنابراین متمم‌های این دو زاویه، یعنی زاویه تابش و بازتابش با یکدیگر مساوی هستند؛ یعنی:

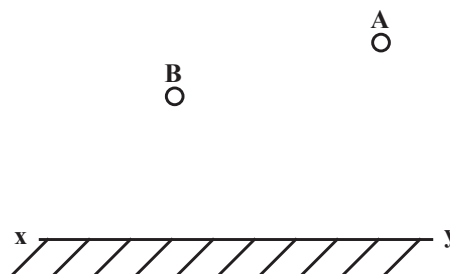
$$\widehat{ZCA} = \widehat{ZCB}$$

می‌دانیم کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه، اندازه پاره‌خط راستی است که آن دو نقطه را به هم وصل می‌کند. در کتاب هندسه یازدهم مسائل پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه با شرط عبور از نقطه سوم واقع بر یک خط، مسائلی هستند که به کمک بازتاب حل می‌شوند. به مسئله زیر توجه کنید:

مسئله: فرض کنید xy یک سطح صاف صیقلی (آینه تخت) است که نقاط A و B در یک طرف آن قرار دارند. اگر پرتو نور از نقطه A بر آینه بتابد و هنگام انعکاس از آینه از نقطه B عبور کند، چه مسیری را طی می‌کند؟

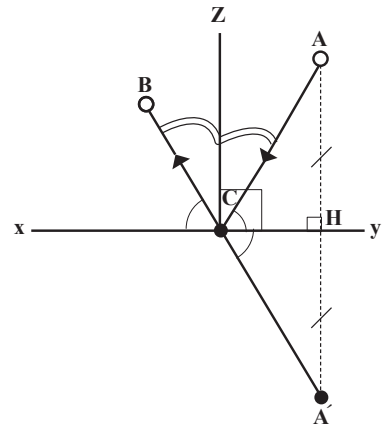


سیمین افروزان
دبیر ریاضی منطقه ۲ تهران



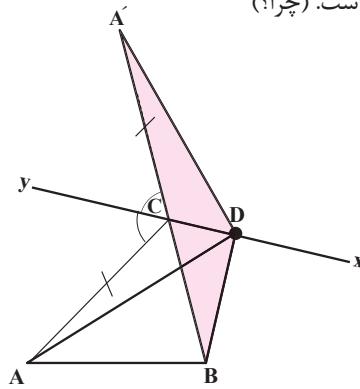
پاسخ: با توجه به اینکه نور در کمترین زمان ممکن مسیری را طی می‌کند و کمترین زمان، مستلزم کمترین مسافت است، پاسخ مسئله مسیری است که مجموع فاصله‌های دو نقطه A و B از نقطه برخورد با آینه کمترین مقدار باشد. برای یافتن این نقطه از A بر xy عمودی رسم می‌کنیم و آن را به اندازه خودش تا نقطه A' امتداد می‌دهیم. نقطه A' بازتاب نقطه A نسبت به xy است و A'B، آن را (xy را) در نقطه C قطع می‌کند. $AB+CB$ مسیر مورد نظر مسئله است.

برای اثبات این مطلب، از رأس C ضلع BC را تا نقطه A' امتداد می‌دهیم. با نوشتن نامساوی مثلث در مثلث BDA' به نتیجه مطلوب خواهیم رسید. در واقع A' تصویر A نسبت به نیم‌ساز خارجی رأس C (xy محور بازتاب) است. (چرا؟)



نتیجه هندسی

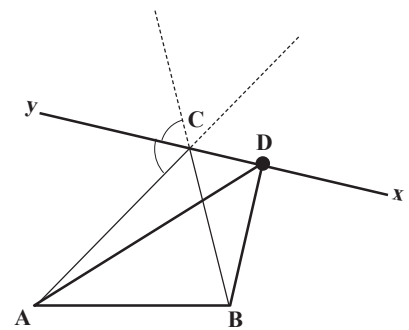
در هر مثلث، مجموع فاصله‌های هر نقطه دلخواه روی نیم‌ساز زاویه خارجی متناظر یکی از رأس‌ها از دو رأس دیگر، از مجموع دو ضلعی که شامل آن رأس هستند، بیشتر است:
 $AD+DB > AC+CB$



نتیجه‌گیری نهایی

برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه A و B با شرط عبور از نقطه سوم واقع بر یک خط، کافی است تصویر A را نسبت به خط مورد نظر پیدا کنیم (A'). محل تلاقی $A'B$ با خط مفروض، نقطه سوم مورد نظر مسئله است.

در کتاب درسی به مسئله کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه با شرط عبور از چند نقطه نیز پرداخته شده است که ایده آن همان تصویرسازی به کمک تبدیل بازتاب و پیدا کردن کوتاه‌ترین فاصله بین آخرین تصویر و نقطه دوم است.



بیکار جو! پرسش‌های

در مثلثی که دو زاویه حاده ۱۵° و ۳۰° دارد، میانه وارد بر بزرگ‌ترین ضلع، با آن ضلع چه زاویه حاده‌ای می‌سازد؟

الف) ۳۰°

ب) ۶۰°

ج) ۴۵°

د) ۷۵°

ه) ۳۷.۵°